

At skabe broer

Matematiklærere og faglærere
på erhvervsskolerne samarbejder om
at udvikle undervisningsmateriale



Bettina Dahl Søndergaard, Aalborg Universitet
Lena Lindenskov, Aarhus Universitet, DPU
Jette Schaarup, U/NORD Tekniske erhvervsuddannelser
Frank Justesen, Tradium
Søren Hansen, Aalborg Universitet

AALBORG UNIVERSITET

At skabe broer

**Matematiklærere og faglærere
på erhvervsskolerne samarbejder om
at udvikle undervisningsmateriale**

BETTINA DAHL SØNDERGAARD

AALBORG UNIVERSITET

LENA LINDENSKOV

AARHUS UNIVERSITET, DPU

JETTE SCHAARUP

U/NORD TEKNISKE ERHVERVSUDDANNELSER

FRANK JUSTESEN

TRADIUM

SØREN HANSEN

AALBORG UNIVERSITET

At skabe broer

Matematiklærere og faglærere
på erhvervsskolerne samarbejder om
at udvikle undervisningsmateriale

UDGIVET AF AALBORG UNIVERSITET, 2025

Copyright tekst, figurer og fotos: forfatterne, Aalborg Universitet, 2025

Redaktion: Forfatterne

Design og dtp: Creative United

novo nordisk
fonden

Udgivet med støtte fra Novo Nordisk Fonden

Forord

Matematik er alle vegne. Det er en indsigt, KLUMP-projektet¹ på fornem vis har gjort levende og konkret gennem det sidste halvandet år. Med støtte fra Novo Nordisk Fonden har vi på Tradium Gymnasium og Erhvervsskole i Randers sammen med Nationalt center for udvikling af matematikundervisning og Aalborg Universitet haft mulighed for at dykke ned i, hvordan vi som erhvervsskoler bedst muligt kan styrke vores elevers oplevelse og forståelse af matematik – ikke som noget fjernt og abstrakt, men som et redskab, der er dybt forankret i deres håndværk og dagligdag.

KLUMP har haft et klart formål: At skabe en tættere kobling mellem matematik og erhvervsfagene. Det lyder måske enkelt, men i praksis kræver det nytænkning, samarbejde og mod til at gå nye veje. Matematik optræder forskelligt i murerfaget, på smedeværkstedet og i den merkantile undervisning – og derfor kan én løsning ikke dække alle behov. Det har projektet taget højde for ved at lade lærere på tværs af fag samarbejde om undervisningen og finde frem til, hvad der giver mening netop i deres faglige kontekst.

Resultaterne taler for sig selv. Når matematikundervisningen får en tydelig forankring i elevernes fag, bliver den mere motiverende – både for elever og lærere. Eleverne oplever, at det giver mening, og lærerne fortæller, hvordan samarbejdet på tværs har skabt nye former for engagement og inspiration. KLUMP har ikke kun løftet matematikken – det har også været med til at skabe en større fælles faglighed.

KLUMP stopper ikke her. Erfaringerne og materialerne, der er udviklet, kan og bør bruges bredere – på tværs af skoler og fag. Jeg håber, projektet kan inspirere flere til at arbejde med den vigtige brobygning mellem teori og praksis. For når vi lykkes med det, øger vi ikke bare elevernes forståelse af matematik – vi styrker deres muligheder for at lykkes i deres uddannelse og deres fremtidige arbejdsliv.

Afslutningsvis vil jeg gerne rette en stor tak til alle, der har bidraget til KLUMP. Det gælder ikke mindst lærerne, der har givet projektet liv med deres faglighed og nysgerrighed – og eleverne, der har engageret sig og vist, hvor langt vi kan nå, når undervisningen giver mening.

Rigtig god læselyst.
Lars Michael Madsen
Direktør, Tradium

¹ „KLUMP“ står for „Kompetenceløft af undervisere i matematik på erhvervsskoler“. KLUMP-projektet er støttet af Novo Nordisk Fonden.

Indholdsfortegnelse

1	INDLEDNING	05
1.1	Elevers matematikkundskaber og behovet for erhvervsuddannelser	05
1.2	Lærernes nuværende baggrund og uddannelse	06
2	KLUMP-PROJEKTET	07
3	EKSISTERENDE LITTERATUR PÅ OMRÅDET	11
3.1	Litteratur om problemstillinger på området	11
3.2	De valgte didaktiske tilgange	12
4	HVILKE METODER HAR VI BRUGT TIL AT UNDERSØGE DETTE?	16
4.1	Metode	16
4.2	Etiske overvejelser og GDPR	16
4.3	Afprøvning af undervisningsforløbene i praksis og feedback	16
5	HVORDAN HAR LÆRERNE OG ELEVERNE ERFARET KLUMP?	19
5.1	Eksempel: Personvogsmekaniker	19
5.2	Opsummering af resultat	20
6	DRØFTELSE AF SAMMENHÆNG MELLE MATEMATIK OG ERHVERVSFAG	23
7	KONKLUSION	25
8	LITTERATURLISTE	27
9	APPENDIKS: UNDERVISNINGSFORLØBENE FOR:	
	MURER, TØMRER, SMED, ELEKTRIKER OG PERSONVOGNSMEKANIKER	28

1 Indledning

Hvorfor et projekt om matematik, erhvervsskoleelever og deres lærere? I Danmark har den teknologiske udvikling skærpet behovet for, at håndværkere har flere kompetencer i matematik. For eksempel forbinder mekanikeren elbiler til en computer for at finde fejlen. Det er ikke længere nok at åbne motorhjelmene eller se på de mekaniske dele. Jord- og betonarbejderen har skiftet skovlen ud med store dyre gravemaskiner. Derfor må nutidens håndværkere også være endnu stærkere på teori end tidligere. Denne teknologiske udvikling sideløbende med pensionering fra arbejdsstyrken betyder, at Danmark i år 2035 kommer til at mangle omkring 150.000 personer med en erhvervsuddannelse (DA Analyse, 2023). Derfor er bl.a. et højt niveau af matematik samt motivation til at lære et STEM-fag (science, technology, engineering, mathematics), især inden for erhvervsfaglige områder, endnu vigtigere end tidligere. Her er matematik særligt centralt, da det også indgår i de andre STEM-fag.

1.1 Elevers matematikundskaber og behovet for erhvervsuddannelser

Det går desværre den forkerte vej med matematikpræstationerne i det danske grundskolesystem. OECD PISA-undersøgelsen fra 2022 viste, at 15-åriges matematikpræstationer er faldende. Danmark opnåede her det laveste resultat i matematik nogensinde i PISA-undersøgelserne, der startede i 2000. Der er nu en større andel af lavt præsterende elever og en mindre andel af højtpræsterende end tidligere. Det skal dog også nævnes, at noget lignende ses i de andre nordiske lande, at elever i Danmark fik den højeste gennemsnitsscore i matematik i PISA 2022 i Norden, og at de stadig ligger over OECD-gennemsnittet (Christensen et al., 2023). Men tendensen går desværre den forkerte vej. De skriftlige afgangseksamenskarakterer (9. klasse) er også faldet (Bjerril & Fahrendorff, 2024). TIMSS-undersøgelsen for 2023 viste desuden, at 4. klasse-elevers motivation for matematik er faldet siden 2015, og også deres selvtillid i matematik. Især er motivationen hos pigerne i 4. klasse faldet, og næsten halvdelen, 42%, fortæller, at de ikke kan lide matematik (Kjeldsen et al., 2024).

Der er en stærk sammenhæng mellem matematikkarakterer og succes på EUD, viser Rockwoolundersøgelse i 2013 (Hvidtfeldt & Tranæs, 2013). For eksempel angav 37% af københavnske unge, at matematik havde haft betydning for frafaldet („Min viden i matematik var ikke god nok“) (Hetmar et al., 2012). Gode matematikkarakterer (minimum 7) reducerer sandsynligheden for frafald af en erhvervsuddannelse, mens alder og trivsel også spiller ind. Elever, der starter på uddannelsen som højst 18-årige eller mindst 30-årige har mindst sandsynlighed for at falde fra. Elevernes trivsel er en af de mest centrale faktorer for frafald, med sandsynligheden for frafald markant lavere for elever med høj trivsel (EVA, 2023). Egmontrapporten (2023) rapporterer en registerundersøgelse af 780.290 unge, der har forladt 9. klasse siden 2002. Rapporten viste, at børn og unge i matematikvanskeligheder har en markant ringere chance for at gennemføre en ungdomsuddannelse sammenlignet med deres klassekammerater. De har rent faktisk 37 procentpoint lavere sandsynlighed for at have afsluttet en ungdomsuddannelse ti år efter 9. klasse, selv når der er korigeret for socioøkonomiske forskelle (Egmont, 2023). Behovet for at

højne niveauet af matematikforståelse og elevernes lyst til at lære et erhvervsrettet STEM-fag er derfor påtrængende.

Lærerne er helt centrale i elevernes læring, og faglig udvikling af lærere er derfor altafgørende. Der er desværre kun få forsknings- og udviklingsprojekter i Danmark, der har udforsket disse problemstillinger (Lindenskov, 2014; Lindhardt et al., 2025). Vores projekt, KLUMP, fokuserer derfor på faglig udvikling af lærere på forskellige STEM-erhvervsuddannelser. Vi har valgt et primært fokus på førsteårselever, dvs. elever på grundforløbet, da disse er nye på erhvervsuddannelsen, og der er et frafald på over 20% inden for de først 12 måneder (Danmarks Statistik, 2019). Det er derfor relevant med fokus på denne årgang.

1.2 Lærernes nuværende baggrund og uddannelse

Lærere på erhvervsskolerne har meget forskellig baggrund. Faglærere, der underviser i værkstederne, hvor håndværket læres forud for og sideløbende med at have læreplads, har som regel en håndværksmæssig eller erhvervmæssig baggrund, men kun lidt didaktisk uddannelse. Faglærerne skal inden for en 6-årig frist gennemføre en PD, pædagogisk diplomuddannelse, hvilket svarer til to år. Matematiklærere på erhvervsskoler har oftest den 4-årige Professionsbacheloruddannelse rettet mod undervisning i grundskolen, men med typisk ingen håndværkererfaring. Derfor har lærerne på erhvervsskolerne en meget forskellig baggrund.

Men hvordan kan lærerudvikling foregå med en bred sammensætning af lærere? Vi har set en potentiel styrke i Jaworskis (2005) begreb om „Learning Communities” (LC), på dansk „læringsfællesskab”, da hver af disse typer læreres baggrund har værdi, og da lærerne kan lære af hinanden – og lære af matematikdidaktisk forskning. Et særkende for LC er, at alle medlemmer anses som lige og lærende i den professionelle diskurs og fællesskab. Gensidig respekt er essentielt, og der sker en fælles „inquiry”, dvs. undersøgelse og udforskning, som både stiller spørgsmål, er nysgerrig, afprøvende og kritisk for at finde fælles svar.

Lærernes rolle er derfor ikke kun at „modtage” information eller ideer til undervisning fra eksperter (f.eks. forskere), hvorefter lærerne så blot implementerer og afprøver disse ideer. Lærere ses som både *vidende*, *oversættere* og *fortolkere* af den viden, de får præsenteret af forskere til den praksis, de underviser i. Den praksis har lærere central viden om, både med hensyn til eleverne, stoffet og fagområdet, og de er derfor også *opfindere* af undervisningsformer og -materiale. Det vil sige, at EUD-lærere i KLUMP, uanset baggrund, betragtes og behandles som eksperter på deres egen praksis, og med en unik indsigt i deres fagområde. På samme måde indgår forskere og konsulenter på lige fod med lærerne som sparringspartnere i processen – ikke som dommere. Dette er en underliggende værdi og præmis i projektet.

2 KLUMP-projektet

Som respons på problematikkerne om elevers vanskeligheder i matematik og diversiteten af uddannelsen af erhvervsskolelærere søgte vi Novo Nordisk Fondens call for projekter inden for styrkelse af STEM-fag på erhvervsuddannelser, september 2022. Projektets akronym er KLUMP, der står for: „Kompetenceløft af undervisere i matematik på erhvervsskoler“. Formålet med KLUMP var at finde og kommunikere svar på, hvordan matematik- og faglærere kan opnå professional udvikling gennem at samarbejde om at undervise, herunder udvikle fælles undervisningsmateriale.

KLUMP BESTOD AF ET KONSORTIUM BESTÅENDE AF:

- Aalborg Universitet
 - Aalborg Centre for Problem Based Learning in Engineering, Science and Sustainability under the auspices of UNESCO (UCPBL), ved Institut for Bæredygtighed og Planlægning
- Aarhus Universitet
 - NCUM (Nationalt Center for Udvikling af Matematikundervisning) ved DPU
- Tradium Gymnasium og Erhvervsskole
 - En campus der udbyder ungdomsuddannelserne EUD, EUX, HTX og HHX, samt har et 10. klassecenter i Randers

KLUMP fandt sted med lærere og elever fra Tradium. Vi dannede lærerpar (teams), som bestod af en faglærer på en EUD-uddannelse med et betydeligt matematikindhold sammen med denne uddannelses matematiklærer. Fem teams udformede undervisningsforløbene. Ved projektets begyndelse var der flere teams med, men praktiske årsager gjorde, at det endte med, at disse fem teams gennemførte forløbet. De konkrete 50 undervisningslektioner kan ses i appendiks.

Tømrernes matematiklærer, Frank Justesen, sad også i KLUMP-styregruppen og repræsenterede Tradium. Hvert team udvalgte relevante områder i deres undervisning og analyserede, udviklede, testede, evaluerede og forfinede lektionerne. Dette omfattede co-teaching, og derfor var lærerne i hinandens undervisningsrum (værksted versus klasseværelse), for nogle for første gang. De nye lektioner blev udviklet og afprøvet med henblik på at gøre matematik mere tilgængeligt og relevant for erhvervselever, og at skabe bro mellem matematik og håndværk.

Teamene fik feedback til videre refleksion fra konsulenter, hvor den ene (Søren Hansen) er forsker på Aalborg Universitet i kreative processer, civilingeniør og uddannet elektromekaniker, og den anden (Jette Schaarup) er EUD-lærer, læreruddannet med linjefag i matematik og fysik/kemi, cand.pæd. i matematikdidaktik og med 30 års erfaring som underviser på erhvervsuddannelser. Disse konsulenter blev udvalgt pga. deres forskellige meget relevante og komplementerende baggrunde. Konsulenterne dokumenterede projektet gennem interviews og observation af elevernes modtagelse af de nye undervisningsplaner, samt lærernes erfaring med deltagelse i LC'erne. Evalueringen bestod primært af en kombination af kvalitative interviews og observationer af elever og lærere (Kvale & Brinkmann, 2014; Robson, 2002). Analysen anvendte Bishops (1988, 2017) ramme om matematikundervisnings samspil med kultur, hvor kultur forstås bredt til at omfatte erhvervskulturer. En central idé her er, at matematik praktiseres forskelligt i forskellige kulturer.

KLUMP løb 1. august 2023 – 31. maj 2025 og blev finansieret af Novo Nordisk Fonden med 1.423.948 kr. Oprindeligt skulle KLUMP have været afsluttet ultimo december 2024, men efter ansøgning blev projektet forlænget til primært at færdiggøre undervisningsmaterialet til brug for andre EUD-lærere (se appendiks).

Overordnet forløb KLUMP i følgende „klumper“, som uddybes i efterfølgende kapitler:

EFTERÅRET 2023

- Etablering af teamene
- Afholdelse af et inspirationsseminar til lærerne den 11. september 2023
- Begynde arbejdet med udvikling af lektionerne
- Konsulenterne interviewer lærere og elever

FORÅRET 2024

- Udviklingen af de sidste lektioner, afprøve dem, evaluere dem og revidere dem
- Inspirations- og videndelingsseminar med KLUMPs Advisory Board/ Inspirationsgruppe den 3. maj 2024

EFTERÅRET 2024

- Den sidste udvikling og afprøvning af lektionerne
- Den 1. november 2024 afholdt KLUMP sin afsluttende konference, hvor erfaringer og resultater blev delt med matematik- og faglærere, udviklere af undervisningsmaterialer og forskere på EUD-området fra hele landet. Omkring 35 personer deltog

FORÅRET 2025

- Dokumentation og formidling af resultater og erfaringer



Billeder fra møde med Inspirationsgruppen og faglærere den 3. maj 2024.

STYREGRUPPEN

- Bettina Dahl Søndergaard,
KLUMP projektleder, lektor, Aalborg Universitet & NCUM
- Lena Lindenskov,
lektor emerita, Aarhus Universitet, DPU & NCUM
- Frank Justesen,
underviser, Tradium & NCUM
- Stine Kvist Jeppesen,
projektleder, Tradium
- Jette Schaarup,
konsulent i KLUMP og underviser, U/NORD Tekniske erhvervsuddannelser
- Søren Hansen,
konsulent i KLUMP og lektor, Aalborg Universitet

Gennem hele projektet blev der afholdt månedlige styregruppemøder, hvor fagkonsulent Flemming Kastbjerg deltog på de fleste. Det var meget nyttigt for projektet at inddrage Flemmings ideer og perspektiver.

INSPIRATIONSGRUPPEN / ADVISORY BOARD

- Repræsentant NCUM: Faglærer (matematik)
Lauge Sams Granerud (formand), Roskilde Tekniske Skole
- Repræsentant Netværk af erhvervsskolematematiklærere:
Lærer Frank Justesen, Tradium
- Repræsentant Børne- og Undervisningsministeriet:
Fagkonsulent Flemming Kastbjerg
- Repræsentant UCPBL: Henrik Worm Routhe, adjunkt AAU
og fhv. uddannelseschef, Tech College Aalborg
- Repræsentant LabSTEM Nord: Lykke Brogaard Bertel, lektor AAU,
leder af LabSTEM Nord-projektet
- Repræsentant Novo Nordisk-projekt: The Curve: MatLab
– fra auditorium til laboratorium-projekt: Bent Lindhardt
- Repræsentant Erasmus+ project: Common European
Numeracy Framework (CENF): Professor Kees Hoogland (online)
- Repræsentant Professionshøjskole/læreruddannelse:
Mikkel Johansen, tømrer, folkeskolelærer, cand.pæd. i matematikdidaktik.
Københavns Professionshøjskole

3 Eksisterende litteratur på området

Vi vil nu dels præsentere litteratur og undersøgelser om problemstillinger på området i afsnit 3.1, og dernæst gå ned i de specifikke didaktiske tilgange, vi benyttede os af i afsnit 3.2.

3.1 Litteratur om problemstillinger på området

Ifølge et aktuelt review (Alsina et al., 2025) om metoder i kompetenceudvikling af matematiklærere blev interessen vakt i 1980'erne (Shulman, 1987), og de første modeller om uddybninger blev udviklet i nullet (Ball et al., 2008; Rowland et al., 2005). Men det er ret nyt at sammenligne forskellige metoder for kompetenceudvikling. Learning Communities er som nævnt en grundlæggende metode i KLUMP, og den suppleres i reviewet med seks forskellige metoder, hvor visse elementer også indgår i KLUMP:

- At reflektere over undervisningspraksis (indgår i KLUMP)
- At skabe læringsmiljø (indgår i KLUMP)
- Inquiry-based learning (indgår i KLUMP)
- Instruktion af specifikt fagligt indhold (indgår i KLUMP)
- Lektionsstudier (på engelsk 'lesson studies')
- Flipped classroom

De seks metoder lægger forskellige grader af vægt på at udvikle lærernes

- Viden
- Holdninger
- Opfattelser
- Motivation
- Kreativitet
- Vision for undervisning
- Opmærksomhed (på engelsk 'noticing')

Et svensk projekt (Muhrman & Frejd, 2018) viser, at elever har store problemer med at rekontekstualisere matematikviden fra matematikundervisningen i klasseværelset til værkstedsundervisningen. I analyse af interviews med erhvervsskoleelever, bruges teorier om 'klassifikation' og 'indramning' (Bernstein, 2000) til at forklare, at udformning af aktiviteter i en selvstændig, lærerstyret matematikundervisning kan influere negativt på elevernes læring og indstilling. Det svenske projekt viser, at hvis matematikundervisning foregår i samarbejde med værkstedsfag i stedet for isoleret (ændret klassifikation), og hvis eleverne får mulighed for at påvirke indhold og udformning af matematikundervisning i stedet for ren lærerstyring (ændret indramning), så kan og vil eleverne i højere grad kunne rekontekstualisere matematikken til værkstedsfagene.

Et omfangsrigt engelsk udviklingsprojekt (Casey et al., 2006) på 16 erhvervsskoler undersøgte på 43 forskellige fagkurser betydningen af samarbejde mellem faglærere og matematiklærere. De undersøgte fagkurser dækkede bredt inden for social- og sundhedsområdet, byggeri, økonomi, business, konstruktion og frisørområdet. På nogle fagkurser var der tæt samarbejde med matematikundervisere, på andre ikke noget samarbejde.

Projektet viste betydningen af:

- at faglærere og elever oplever, at matematiklærere understøtter elevernes erhvervsmæssige ambitioner
- at matematiklærere forstår og engagerer sig i værkstedsfagene
- at faglærere forstår og engagerer sig i matematikfag som en del af deres arbejde
- at matematiklærere gerne vil udvikle deres færdigheder i relation til værkstedsfagene
- at faglærere gerne vil udvikle deres færdigheder i relation til matematikfag

Projektet gør opmærksom på, at team-samarbejde må bygge på og udbygge forståelse for 'den anden parts' område, og at begge parter må prøve at lære noget nyt, som de ikke har lært eller erfaret tidligere. Og det er mere end blot at være opmærksom på det andet område og repetere lidt derfra. Matematiklærere må udvikle forståelse for værkstedsfagene, og for hvordan matematik bliver brugt der. Til gengæld peger projektet på, at det anerkendes og værdsættes højt af eleverne, når deres matematiklærer forsøger at få mere kendskab til værkstedsfagene (Casey et al., 2006).

Samtidig med KLUMP-projektet om samarbejde mellem matematiklærere og faglærere foregik et andet Novo Nordisk fondsstøttet projekt 'The Curve' på et par danske erhvervsskoler. De to projekter supplerer hinanden, idet lærerkompetenceudviklingen i The Curve havde fokus på matematiklærerne. Udover at inddrage nogle motiverende matematikanvendelser fra værkstedsfagene i matematikundervisningen, indeholdt The Curve projektet blandt andet anvendelse af visualisering og undersøgelser i matematikundervisningen. En af de centrale anbefalinger fra The Curve er at give matematiklærere, som underviser elever på bestemte faguddannelser, mulighed for at reflektere og samarbejde sammen med matematiklærere, som underviser elever på andre faguddannelser (Lindhardt et al., 2025).

3.2 De valgte didaktiske tilgange

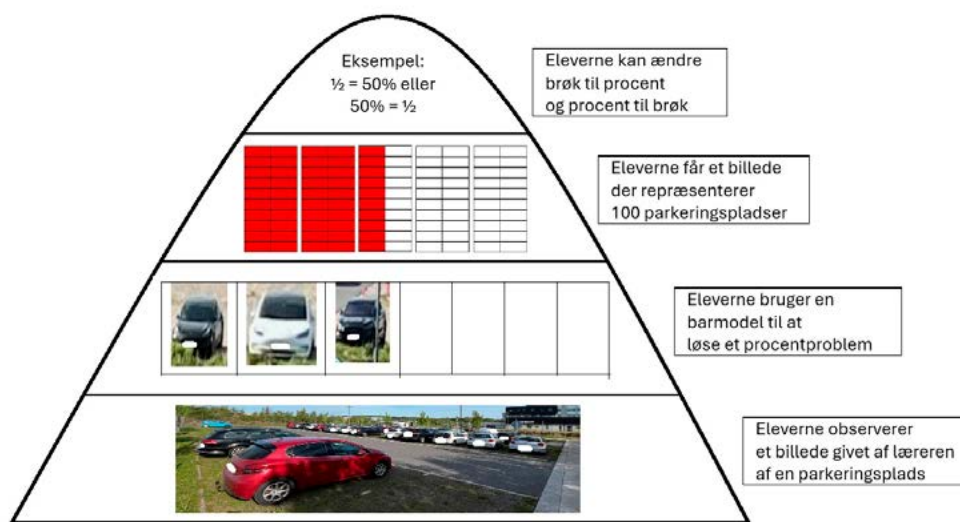
Forskere (Bettina Dahl Søndergaard & Lena Lindenskov) og konsulenter (Jette Schaarup & Søren Hansen) gav en endags workshop på Opstartseminaret den 11. september 2023 for lærerne med udvalgte principper, begreber og didaktiske rammeværk til inspiration. Disse blev der løbende refereret til i den efterfølgende facilitering af teamene.

Overordnet var principper og eksempler på undersøgelsesbaseret læring (IBL) og problembaseret læring (PBL) i baghovedet for faciliteringen. Disse undervisningsmetoder har tilfælles, at undervisningen tager udgangspunkt i en konkret problemstilling i kontekst, hvor eleverne tilegner sig matematik gennem problemløsning og modellering. IBL har det særkende, at elever her har mulighed for en undersøgende tilgang til stoffet og for at forfølge deres nysgerrighed, mens PBL i større grad handler om at løse en virkelighedsnær problemstilling. Både IBL og PBL benytter sig af problemløsning og modellering i den proces (Artigue & Blomhøj, 2013; Kolmos et al., 2004).

Begrebet „self-efficacy“ (selvmestring) (Bandura, 1997) var også et centralt begreb i, hvordan lærerne blev faciliteret. Selvmestring betyder, at en elev tror på, at vedkommende kan klare en bestemt type af udfordringer, problemstillinger eller opgaver. Når en elev tror, at vedkommende er i stand til at klare en udfordring, så vil eleven være motiveret til at gå i gang og til at overvinde eventuelle vanskeligheder undervejs. Handleerfaring har stor indflydelse på ens self-efficacy, da selv små sejre kan sætte gang i en positiv spiral – og tilsvarende med negative erfaringer. Det er

derfor essentielt at skabe situationer i undervisningen, hvor eleverne oplever, at de lykkes i forhold til konkrete udfordringer gennem brug af matematik. Self-efficacy kan hjælpe elever til at udvikle og fastholde en positiv motivation.

De to didaktiske rammeværk, der gennem projektet viste sig at være mest nyttige for lærerne i deres design af undervisningsoplæg, var for det første „emergent modelling” (EM) af Gravemeijer og Stephan (2002). I EM er fokus på fire faser af elevernes arbejde. I begyndelsen er situerethed i fokus, som f.eks. ses i nedenstående figurs nederste lag, hvor eleverne observerer billeder af biler på en parkeringsplads. Her kan elevens egne uformelle strategier til udforskning af problemstillinger komme i spil. På de næste lag i modellen kommer en stadig mere specifik reference til et matematisk emne eller begreb, hvorved det generelle, formelle og generiske kommer mere i spil, og hvor eleverne efterhånden kan arbejde med en mere specifik problemstilling. Dermed skaber modellen sammenhæng nedefra og op, fra praksis til den formelle matematik.



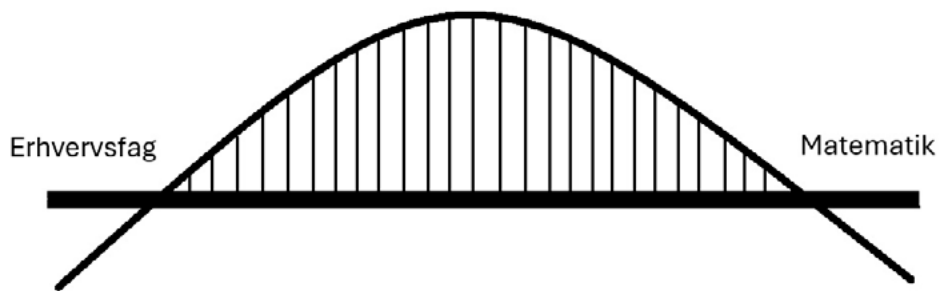
Figur 1: De fire stadier i emergent modelling, „det omvendte U”. Figur tegnet af forfatterne baseret på Granerud & Hoogland (2021).

I daglig tale blev modellen omtalt som „det omvendte U” pga. figurens buede form. Oprindeligt er modellen tænkt til at vise en proces fra nederste trin og op. Vi har dog i KLUMP udvidet modellen til at kunne skabe sammenhæng begge veje, nemlig også at skabe sammenhæng ovenfra og ned, fra formel matematik til praksis, altså en bro mellem formel matematisk viden og praktisk viden.

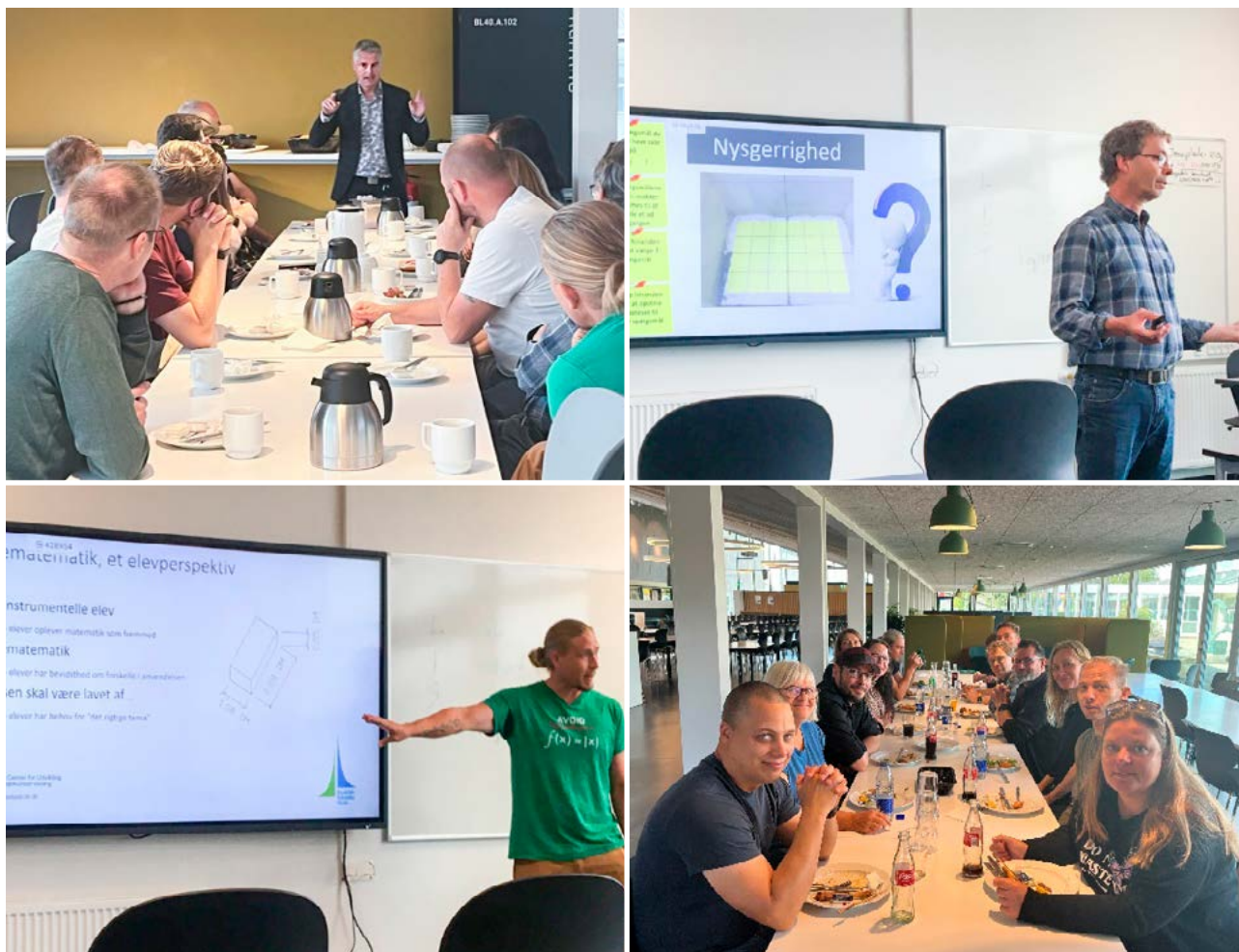
Dette leder frem til det andet didaktiske begreb, som viste sig meget brugbart i KLUMP, nemlig brometaforen. Her var vi meget inspireret af et tema fra NCUMs ekspertgruppe for erhvervsskoler. Det pågældende tema hedder: „Samspil mellem matematik og erhvervsfag” (Granerud & Hoogland, 2021). Dette tema præsenterer, hvordan man på erhvervsskolerne ofte kan bruge en brometafor til at beskrive samspillet mellem matematikken og erhvervsfaget. Man kan se en bro på tre måder:

- (1) En bro-overgang fra matematik til erhvervsfag kan her betyde, at matematikundervisningen søger at tydeliggøre, hvor elevernes matematiske færdigheder, viden og kompetencer kan overføres og anvendes i deres kommende erhverv.

- (2) En bro-overgang fra erhvervsfaget til matematikken vil være der, hvor en erhvervsfaglig praksis er udgangspunktet for etablering af forbindelse til matematikken. Autentiske erhvervsfaglige kontekster og problemer kan være motiverende for eleverne og samtidig støtte deres udvikling af matematiske færdigheder og kompetencer – i særdeleshed problemløsnings- og modelleringskompetencer. Der kan også være potentiale for dybdelæring af matematiske begreber derigennem.
- (3) Som grundlag for samarbejde på tværs af erhvervsfag, men også skolefag som matematik, fysik mm. er det en kvalitet ved brometaforen, at udvikling af problemstillinger og temaer kan bidrage til at kvalificere undervisningen i såvel matematik som erhvervsfag; dvs. man kan se broen overordnet som noget, der forbinder fag og erhvervsfag.



*Figur 2: Bro mellem matematikken og erhvervsfagligheden.
Figur tegnet af forfatterne.*



Billeder fra KLUMP baselinebesøg 28. august 2023 og KLUMP Opstartsseminar den 11. september 2023

4 Hvilke metoder har vi brugt til at undersøge dette?

Denne rapport tager afsæt i en pragmatisk tilgang, hvor formålet er at udvikle og forbedre undervisningspraksis gennem konkrete afprøvninger og evalueringer. Gennem semistrukturerede interviews og observationer indsamles empiri, der analyseres med henblik på praksisnære forbedringer. Undervisningsforløb testes og tilpasses løbende i samarbejde med undervisere og elever på Tradium i Randers. Projektet overholder GDPR og etiske retningslinjer, og informeret samtykke er indhentet. Arbejdet er forløbet over perioden 2023–2025 og har inkluderet en række møder, observationer og interviews.

4.1 Metode

Som en del af den metodiske tilgang har matematikundervisere i samarbejde med erhvervsfagsundervisere udviklet praksisnære undervisningsforløb, som efterfølgende er blevet afprøvet i undervisningen. Disse forløb er blevet evalueret på baggrund af observationer og semistrukturerede interviews, gennemført af KLUMP's konsulenter. Den iterative arbejdsform har gjort det muligt at tilpasse og forbedre forløbene løbende på baggrund af konkrete erfaringer og systematisk feedback. Konsulenternes observationer og interviewdata har samtidig givet indsigt i, hvad undervisere og elever oplever som velfungerende og motiverende undervisningselementer, hvilket har bidraget væsentligt til den videre udvikling og analyse af forløbene.

4.2 Etiske overvejelser og GDPR

Projektet blev udført under hensyntagen til gældende etiske og juridiske krav, herunder GDPR. Vi har arbejdet ud fra den etiske regel om informeret samtykke (Brinkmann & Tanggaard, 2015). Deltagerne er blevet informeret om projektets formål og har givet samtykke til deltagelse, optagelser og anvendelse af data til interne formål. Af hensyn til at undgå bias blev det fulde formål med interviewet ikke afsløret før efter interviewet, hvorefter deltagerne fik mulighed for at stille spørgsmål. Dette vurderes som nødvendigt for at bevare validiteten i deltagernes svar og samtidig opretholde en tillidsfuld relation.

Der blev givet tilladelser til videooptagelse af undervisningssekvenser og lydoptagelse af interviews. Lydoptagelserne anvendtes som primær kilde til analyse, men enkelte videofiler bortkom desværre over tid. Alle elever og undervisere er informeret forud for deltagelsen.

4.3 Afprøvning af undervisningsforløbene i praksis og feedback

Undervisningsforløbene blev afprøvet på Tradium i Randers. Efter hver afprøvning er underviseren samt en elevgruppe blevet interviewet af projektets konsulenter. På baggrund af disse interviews og observationer er forløbene blevet evalueret og justeret. Underviserne har derefter haft visse muligheder for at genafprøve forløbene med nye hold, hvilket har sikret en fleksibel og praksisnær udvikling af undervisningen. Det har været en fordel, når samme matematikunderviser har

kunnet afprøve undervisningsforløbene i beslægtede klasser dvs. inden for samme håndværksfag, hvilket har givet kontinuitet i udviklingsarbejdet og muligheden for hurtig implementering af justeringer.

TIDSLINJE FOR PROJEKTFORLØB (2023–2025)

Projektet har strakt sig over flere faser med løbende aktiviteter, møder og dataindsamling. En oversigt over centrale begivenheder er gengivet her:

2023	April: Opstartsmøde med styregruppen og konsulenter August: Interviewforberedelse og første interviews på Tradium Efterår 2023 – Forår 2024: Løbende interviews, observationer, udviklingsmøder og sparring
2024	Maj 2024: Præsentation og vidensdeling Efterår 2024 – Forår 2025: Evaluering, afslutningskonference, og opfølgende interviews
2025	Marts 2025: Materialeproduktion og afsluttende planlægningsmøder Den fulde aktivitetsoversigt dokumenterer et systematisk udviklingsforløb med løbende refleksion, tilpasning og dialog mellem undervisere, elever og projektets konsulenter

DEN FULDE MØDERÆKKE 2023-2025:

02-04-2023	Online møde med styregruppen og konsulenter
24-05-2023	Styregruppemøde med konsulenter og matematikkonsulent Flemming Kastbjerg
07-08-2023	KLUMP arbejdsmøde, online
07-08-2023	Interviewguide til lærere og elever udarbejdes af konsulenterne
24-08-2023	Formøde til interview med elever og lærere
28-08-2023	På Tradium Randers Blommevej 2 Interview af lærere og elever: – Elektrikerelever på lydfil 00:27:16 (EI-elever 28-8-2023) – Elektrikerlærer på lydfil 00:01:37 (EI-lærere 28-8-2023) – Industrioperatørlærer på lydfil 00:11:15 (IOP-lærer 28-8-2023) – Murer- og tømrerelever på lydfil 00:26:18 (Murer- & tømrerelever 28-8-2023) – Murer- og tømrerlærere på lydfil 00:34:44 (Murer- & tømrerlærere 28-8-2023) – Smedelærere på lydfil 00:41:06 (Smedelærere 28-8-2023) – Smede elever på lydfil 00:10:05 (Smedelever 28-8-2023)
31-08-2023	Onlinemøde med hele KLUMP
11-09-2023	Opstart og inspirationsseminar på Tradium Randers med underviserne og KLUMP
11-10-2023	Udviklingsmøde indkaldt af lærer på Business, Online møde med økonomilærere
24-10-2023	Udviklingsmøde Team 6 elektriker, Online
26-10-2023	Teams mødedag Team 5, sendt oplæg dagen før til gennemsyn. Team 2 aflyst på dagen, Team 3 aflyst den 26-10
07-11-2023	Styregruppemøde med konsulenter og matematikkonsulent Flemming Kastbjerg

20-11-2023	Møde med konsulent og team 3 Murer aflyst til efter nytår, Team 6 el afholdt
20-11-2023	Møde med konsulent og Team 1 Smed og Team 2 Personvognsmekaniker afholdt
05-12-2023	Styregruppen møde med konsulenter: Teammøder planlægning
30-01-2024	Styregruppemøde med konsulenter
29-02-2024	Styregruppemøde med konsulenter og fagkonsulent
29-02-2024	Planlægning af møderække og observation fra konsulenter
04-03-2024	Sparringsmøde Team murer og konsulent
11-03-2024	Sparringsmøde på tværgående tømreruddannelse og konsulenter
13-03-2024	Indslag på Teams Smed lektionsplan fra konsulent
13-03-2024	KLUMP-sparringsmøde inden afprøvning Smede og matematik og konsulent
05-04-2024	Konsulentinterview med Smedeteam
07-04-2024	Observation af smedeundervisning mails, spørgeskema til matematiklærer
08-04-2024	Styregruppemøde med konsulenter
24-04-2024	Interview med Murerteam
24-04-2024	Interview med Tømrerteam
01-05-2024	Præsentation af erfaring og vidensdeling Power Point
03-05-2024	Erfarings- og videndelingseminar på Tradium i Randers med Inspirationsgruppen i KLUMP
31-06-2024	Styringsmøde med konsulenter
02-09-2024	Mødeplan for efteråret med teams og konsulenter
11-09-2024	Sparingsmøde Team smede og konsulenter
21-10-2024	Møde i styregruppen med konsulenter
10-10-2024	Autoundervisning online + interview med underviser og elever
28-10-2024	Møde om oplæg
29-10-2024	Interview med matematik- og smedelærer + elever + observation af undervisning
30-10-2024	Interview med Murerteam + 4 murereløvere
30-10-2024	Møde om sidste planlægning af konference
01-11-2024	Afslutningskonference på Tradium
21-11-2024	Interview med tømrer hovedforløb og to elever
26-11-2024	Møde i styringsmøde med konsulenter
09-12-2024	Møde i styregruppen med konsulenter: Planlæg 2025
16-01-2025	Møde i styregruppen med konsulenter
19-02-2025	Arbejdsdag på Tradium i Randers
12-03-2025	Materialeproduktionsmøde
12-03-2025	Møde i styringsmøde med konsulenter
09-04-2025	Møde i styregruppen med konsulenter
22-04-2025	Møde i styregruppen med konsulenter
15-05-2025	Møde i styregruppen med konsulenter
19-05-2025	Møde i styregruppen med konsulenter

5 Hvordan har lærerne og eleverne erfaret KLUMP?

Fra interviewene og observationerne fremgik det, at samarbejdet mellem en matematiklærer og en faglærer var både effektivt, hyggeligt og motiverende for begge. Matematik rettet mod håndværket var centralt for eleverne, og de kunne godt lide, når matematiklæreren også underviste på værkstedet og faglæreren også underviste i matematikklassen. Matematik gav mening for eleverne, når det var relevant og interessant for dem, og når matematiksproget var forståeligt. Dette var uanset det matematiske niveau, der blev målrettet i klassen. Eleverne huskede matematikken bedre, og de blev ikke så trætte.

Brobygning fungerede både, når der blev undervist i matematik på værkstedet, og når der blev undervist i håndværk i klasseværelset. Projektet gav anledning til, at lærerne mødtes om forhold, der er relevante for deres arbejde. Det, at de to lærere på hvert hold udviklede undervisningsplaner og materialer sammen, betød, at de mødtes mere og hyppigere end ellers. Et samarbejde som dette krævede tid, overblik og ressourcer. Det er værd at bemærke, at en del af KLUMP-budgettet gik til at give frigørelse til de deltagende lærere, så de havde fået tid til at kunne udvikle undervisningsmaterialerne til KLUMP.

Nedenfor beskriver vi mere uddybende personvognsmekaniker. De konkrete undervisningsforløb kan ses i appendiks. Af pladshensyn går vi ikke direkte i dybden med alle teams, men der skal ikke antages nogen rangering af forløbene af den grund. Helt overordnet var KLUMP-holdet meget imponeret af den store opfindsomhed og engagement, som alle lærere viste gennem hele forløbet.

5.1 Eksempel: Personvognsmekaniker

Teamet her fokuserede på matematiske begreber som omkreds og håndværksudtryk som omdrejning, dækstørrelse og mikroplastik. Forløbet var planlagt for at motivere eleverne og for at gøre matematikken meningsfuld ved at bygge bro mellem på den ene side begreber og genstande i auto og på den anden side begreber og beregninger i matematik.

Udgangspunktet var to dæk – et dæk, som havde nyt mønster og et dæk, som havde samme mønster, men som var nedslidt. Dækkene var taget med ind i matematikklasseværelset, hvor eleverne kunne se dem og måle på dem, hvilket de i stor grad gjorde brug af. Læreren stod med dækket i hånden og anvendte det til at illustrere højde, diameter og omkreds. Eleverne inviteredes til at anvende dækkene som hjælp til at lave matematiske målinger og beregninger samt tjekke udregninger ved at måle efter. De havde derfor en undersøgende tilgang til forholdet mellem diameter og omkreds. Beregningerne perspektiveredes: hvad betyder mikroplast fra dækkene for mekanikeren? Hvor mange kilo mikroplast havner i naturen udelukken- de fra dæk, der slides ned. I en åben brainstorm om mikroplast, formulerede lærerne dette problem: „Hvis du nu skal regne på hvor mange kilogram dæk, hver bil taber, hvad skal du så vide?“ Eleverne deltog aktivt i løsningen af problemet. Igennem løsningsprocessen blev anvendte erhvervsfaglige og matematiske begreber og metoder introduceret/genopfrisket.



Billeder: Til venstre ses matematikundervisning af smede på værkstedet og til højre, værkstedsundervisning af personvogsmekanikere i et klasselokale.

I matematikundervisningen for personvogsmekanikere var dækkene taget med ind i klasseværelset. I andre tilfælde, f.eks. smedeundervisningen foregik matematikundervisningen i værkstedet. Der opstod flere steder nogle praktiske problemer med at have teoriundervisningen på værkstedet, da der også var andre elever til stede i lokalet samtidigt, og der derfor var en del støj. Desuden er et værksted fuld af andet materiale. Alt sammen noget, der kunne distrahere eleverne. Der manglede også siddepladser. Sidstnævnte blev løst ved at finde nogle stole. Men det rejser en problematik om, at selvom det giver god didaktisk mening at flytte teorigennemgangen ind på et værksted, så vil forstyrrelser give pædagogiske udfordringer. Nogle lærere løste dette ved at veksle den integrerede undervisning mellem værksted og klasseværelse. F.eks. murerne der var i værkstedet når de skulle se, røre og måle samt i klassen, når de skulle regne. De kunne frit gå frem og tilbage.

4.2 Opsummering af resultat

Helt generelt var eleverne glade for forløbet. Der er eksempelvis elevudsagn om, at „I har ramt hovedet på et søm“. En anden elev sagde, at „Vi bliver ikke så trætte, når vi lige går væk fra matematiklokalet og ud i værkstedet.“ Et tredje elevudsagn var, at det er nemmere at holde koncentrationen i værkstedet. En fjerde elev sammenlignede det med den normale situation, uden brobygning, hvor det ikke virker særlig godt, når de skal sidde ned og tegne på papir. På selve afslutningskonferencen den 1. november 2024 fortalte en murerlev til konferencedeltagerne, at „det har været fucking fedt“.

Matematiklæreren for murerne tilføjede, at mursten tæller mere end centicubes, dvs. at konkrete forskellige størrelser mursten, der kan komme „hands-on“ fungerer bedre pædagogisk end forskellige farvede centicubes. Læreren pointerede også fra sine erfaringer betydningen af tid: den tid man som matematiklærer har tilbragt på værkstedet, betyder meget for, om man kan føle sig hjemme.

Gennem primært en datadrevet analyse af interviews og observationer kan vi opsummere resultater som følger:

Undervisning	Samarbejde	Rammer	Elever og hold
Vi erfarede:	Lærerne sagde:	Vi erfarede:	Vi erfarede:
– Håndværksrettet matematik er det eneste rigtige – Brug af hænder gør matematik lettere – Mere motiverede end almindelig undervisning – Brobygning kan ske alle steder – Positivt for eleverne at se to lærere sammen, ping-pong mellem dem	– Samarbejde er det eneste rigtige med håndværksrettet matematik – Kræver fællesmøder og kendskab til hinandens skemaer – Kræver at ledelsen og skemaplanlægge-re er med – Ville være nyttigt med fælles lærerværelse – Udvikle et fælles sprog – Vi har respekt for hinanden områder	– Værkstedet giver mere differentieret undervisning – Teorilokalet giver en fælles præsentation for alle elever på samme tid – Vanskeligt at få adgang til værksteder som matematiklærer uden et håndværks-fag	– Matematikindholdet skal give mening og være relevant for eleverne – Foretrækker hold med kun et fag, ikke mixed – Foretrækker undervisning med samme niveau på et hold – Godt hvis matematikhold er sammen med erhvervsfaget



Billeder fra KLUMPs Afslutningskonference den 1. november 2024.

6 Drøftelse af sammenhæng mellem matematik og erhvervsfag

KLUMP fandt, at en øget sammenhæng mellem erhvervsskolernes matematikundervisning og håndværksfag øger motivationen. Ovenfor diskuterede vi frafald fra erhvervsuddannelserne. Vi vil argumentere for, at øget motivation sandsynligvis vil bidrage til at reducere frafald, men frafald er ikke noget KLUMP har studeret direkte. Dette ville kræve et længere projekt og andre tilgange. Forskning, generelt, peger dog på en klar sammenhæng mellem selvtillid og motivation. Når eleverne har tillid til deres evner til at løse specifikke opgaver, øges deres motivation for at starte på opgaven og deres evne til at løse udfordringerne undervejs. Her spiller de gode erfaringer en vigtig rolle, da selv små sejre kan sætte gang i en positiv spiral. Det er derfor vigtigt at skabe situationer i undervisningen, hvor eleverne oplever, at de lykkes i forhold til konkrete udfordringer, som de løser ved hjælp af matematik. I den sammenhæng kan KLUMP pege på, at de nye undervisningsforløb, som skabte bro mellem erhvervsfag og matematik, var mere motiverende end den almindelige undervisning. Det var også betydningsfuldt for eleverne at se de to lærere sammen, og se dem bakke op om hinanden. Vi har derfor en formodning om, at tiltag som KLUMP vil kunne være gavnlige, også til at forhindre frafald.

Et væsentligt mål med projektet har været at give lærere på erhvervsskoler inspiration fra forskellige didaktiske teorier til at udvikle deres undervisning ved at de fælles udviklede undervisningsplaner med problemstillinger, der skaber bro mellem matematik og erhvervsfaget.

Forholdet mellem matematik og erhvervsfag blev drøftet på KLUMPs afslutningskonference, hvorfra vi vil medtage nogle af deltagernes betragter. For eksempel så Lars Michael Madsen, CEO på Tradium, potentialer i en efterfølgende spredning til andre (erhvervs)uddannelsessteder af KLUMP-tilgangen. Der er potentialer til, at matematikken vil kunne blive oplevet af flere elever som noget andet end blot strabadserende med alene det formål at klare eksamen. På det politiske niveau åbner etablering af EPX fra 2030 op for, at der på EUD-lærerværelset kan komme et mix af lærerfagligheder. Madsen formulerede det på den måde, at for at kunne lave en ny uddannelse, må man have nye mix af lærerfagligheder. Udover at Madsen fremhævede relevansen af KLUMP for erhvervsuddannelserne, inddrog han også en relevans for forarbejdet til EPX'en. F.eks. vil udskolingslærere i folkeskolen kunne få mulighed for at se deres faglighed på nye måder ved at samarbejde med erhvervsskolelærere.

Projekt KLUMP viste lærerne, der havde fået tid til at planlægge en ny form for undervisning, prøve af og bringe videre til nye afprøvningsformer, som de selv eller andre lærere kan gennemføre. Ligeledes er det en positiv lære, at man må have en person som koordinerer i systemet. Her havde projektet stor hjælp fra Stine Kvist Jeppesen til koordinering af møder, skema osv. Det er en lære, at det fysiske rum og dets konkrete indretning har betydning. F.eks. havde det betydning, at der i en afprøvning nr. 2 blev sat stole til eleverne op i værkstedet. Det er også et positivt resultat, at teamene har anvendt forskellige tilgange, og at alle tilgange har virket godt. Man behøver således ikke vælge imellem (1) om matematik skal ind i værkstedet, (2) om erhvervet skal ind i matematik-lokalet eller (3) om man kan bruge begge veje.

KLUMP viser også, at lærerne bliver motiverede af at bruge tid sammen fagligt med andre lærere og med at dele erfaringer, samt at lærerne bliver motiverede af, at

de får øje på mere matematik i erhvervet. Der sker noget, når dygtige lærere mødes. Men hvad sker der, når der ikke (længere) er et projekt, der sætter rammer, som muliggør didaktikken? Risikoen er stor for, at der ingenting sker. Rammesætningen er betydningsfuld, og det har betydning – måske nødvendig betydning – at der 'tænkes systemisk', f.eks. ved at der fra skolens side på det praktiske plan bliver skemalagt møder mellem lærerne, bl.a. imellem de to partnerlærere.

Af negative resultater fra KLUMP kan nævnes, at det har vanskeliggjort KLUMP's intention om samarbejde, når der på et matematikhold var elever med forskellige håndværk og forskellige niveauer – specielt at der var forskellige håndværk repræsenteret, gjorde det vanskeligt at indfri intentionen.

Generelt sagde eleverne, at for at undervisningen bliver optimal for dem:

- Så skal de som elever motiveres, for ellers kan de ikke engagere sig
- Og så skal matematikken „være hands-on“, for så „glider det lettere ned“

Det var bogstaveligt netop 'hands-on', da nogle af smedeeleverne satte hånden rundt om cylinderen for at få et cirka-mål for diameteren, og da de brugte en snor til omkredsen.

7 Konklusion

De fem teams valgte forskellige tilgange til samarbejde, som alle så ud til at virke godt. Det betyder, at man ikke behøver at vælge mellem (1) om matematik skal komme ind på værkstedet, eller (2) håndværket skal komme ind i matematikklassen. KLUMP viser også, at lærere motiveres af at bruge tid sammen fagligt med andre lærere og dele erfaringer, og at lærere motiveres af at få øje på mere matematik i faget.

Eleverne støttede det, der skete i KLUMP, da det skabte mening med matematik. Matematik skal give mening, og det skal være relevant. Det er essentielt, at eleverne får mulighed for at eksperimentere og undersøge konkrete problemstillinger. Det giver dem mulighed for at opbygge deres egne forståelser af, hvordan matematik kan anvendes i deres erhvervsfag.

Motivationen fremmes, når eleverne opdager, at de bruger matematikkundskaber til at finde løsninger og strømline deres håndværk. Det er væsentligt at skabe situationer i undervisningen, hvor eleverne oplever, at de har succes. Dette skaber læring og hjælper elevernes self-efficacy. Trivsel og tryghed er også nødvendig for, at lærerne kan indgå i et samarbejde, hvor lærere åbner deres klasseværelser/værksteder for hinanden, og de går ind i ukendt territorium.

Lærerne støttede KLUMP, men de var udfordret af vanskeligheden ved at finde mødetidspunkter. Både skemalægning med fælles tid, fælles lærerværelse og en stabil medarbejderstab gennem hele projektforløbet har betydning. Det er derfor nødvendigt at have et systemperspektiv på lærerudvikling. Uden den praktiske opbakning fra administrationen i forhold til præcis planlægning af, hvornår lærerne kunne mødes, herunder egentlig frigivelse fra undervisning/tid til at lave udviklingen, ville det ikke være muligt. Der skal også være konsulenter til at inspirere og skubbe projektet frem. Også systemets værdisætning af lærerudvikling har betydning: Hvis lærerudviklingsprojekt 'ikke tæller' i skolens regnskab på linje med afholdte undervisningstimer, så vil vikardækning ved en kollegas sygdom altid blive prioriteret over projektmøder.

KLUMP fandt ud af, at rammeværktøjerne var nemme at bruge for lærerne: både en „bro mellem matematik og håndværk“ og „emergent modellering (det omvendte U)“. Men bro-metaphoren kan også diskuteres. Hvad er fordelene og ulemperne ved metaforen? En fordel ved metaforen er, at den fokuserer på, at matematik og erhvervsfag kan og bør mødes, samt at de kan mødes mange steder på broen, også i enderne. Det kan være en ulempe ved metaforen, at den lader de to steder 'matematik' og 'håndværk' stå urørt, og at selve broen forbliver på samme niveau. For som påpeget af EUD-matematiklærer og cand.pæd. Jette Vind på KLUMPs afslutningskonference, så sker der faktisk noget i forståelsen af begge enderne, når man har samarbejdet med hinanden. Måske kan man sige det på den måde, at når man har 'hævet' lærernes kompetencer, så 'hæves' hele broen opad. Dette kan understøttes af Scardamalia og Bereiter (2021).

Brometaforen kan også anvendes som metafor for den fælles faglighed som opstår, når lærere fra forskellig side af broen mødes og sammen udvikler nye undervisningsforløb. Broen renoveres/udbygges undervejs, og er en anden efter forløbet. Der tales i denne tid en del om begrebet 'praksisfaglighed', som også kunne benytte brometaforen. Faglighed om håndværket, integreret med det matematiske overblik og kunnen, og ikke som to separate størrelser, er det som KLUMP har haft fokus på, og som vi foreslår bliver en del af definitionen på praksisfaglighed.

At lære matematik er meget mere end kognitivt, og mere end at lære at manipulere symboler, som beskrevet af Bishop (1988, 2017). At lære matematik er at blive indkultureret, dvs. gennem brede læreprocesser at blive en del af en kultur omkring matematik med specifikke normer og ansvar. Bishop anerkendte mange forskellige matematikkulturer rundt om i verden, men opdagede et fælles grundlag i seks grundlæggende matematiske aktiviteter, som er at tælle, lokalisere, måle, designe, spille og forklare. Bishop så moderne symbolsk matematik som et redskab til at formidle erfaringer fra sådanne grundlæggende aktiviteter. I KLUMP finder vi, at Bishops ideer passer godt til erhvervsuddannelserne, fordi håndværket er fyldt med grundlæggende matematiske aktiviteter, og fordi matematik handler om moderne symbolske repræsentationer og kommunikation.

Vi erfarede også, at et systemperspektiv er essentielt. En ændring er ikke bæredygtig eller mulig, hvis man kun skruer på en parameter. Hele skolen skal tænkes ind i det, dvs. både: inspiration til lærerne, lade det være lærerdrevet, understøtte processen med konsulenter udefra (i al fald i begyndelsen), skemalægning skal gøre møder mellem lærere praktisk muligt – også når lærere opholder sig i bygninger forskellige steder i byen, ledelsen skal bakke op – også i praksis med synlighed (hvilket vi i stor grad oplevede på Tradium).

Omvendt fandt vi også ud af, paradoksalt nok, at der rent faktisk ikke skal så meget til, før man kan ændre noget. KLUMP-projektet var ikke et stort projekt hverken økonomisk eller i sin tidsramme. Trods det har KLUMP sat sig spor, som vi håber og forventer lever, lang tid efter KLUMP er afsluttet.

Vi har tre overordnede anbefalinger:

- Skab plads i kalenderen til at lærere kan mødes
- Tolærersystem er lidt dyrt, men det kan være for dyrt at gøre ting for billigt
- Vær sikker på at ledelsen støtter op



Billeder fra KLUMP afslutningsdag den 30. april 2025, med frokost og diplomer til deltagende lærere.

Litteraturliste

- Alsina, A., Pincheira, N., & Franco, J. (2025). Mathematics teachers' professional development: A systematic review of training methods. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 21(3).
- Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 45(6), 797–810.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. Freeman.
- Bernstein, B. (2000). *Pedagogy, symbolic control, and identity: theory, research, critique* (Revised ed.). New York: Rowman & Littlefield.
- Bishop, A. (1988). The Interactions of Mathematics Education with Culture. *Cultural Dynamics*, 1(2), 145–157.
- Bishop, A. (2017). Elementary Mathematicians from Advanced Standpoints: A Cultural Perspective on Mathematics Education. I: Kaiser, G. (Red.), *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education* (pp. 165–176). ICME-13 Monographs. Springer.
- Bjerril, S., & Fahrendorff, R. (2024). Eksamen: Danske elever er gået markant tilbage i matematik og dansk. <https://www.folkeskolen.dk/afgangsprover-dansk-matematik/eksamen-danske-elever-er-gaet-markant-tilbage-i-matematik-og-dansk/4781630>
- Brinkmann, S., & Tanggaard, L. (Red.) (2015). *Kvalitative metoder: En grundbog*. (2. udg.) Hans Reitzels Forlag.
- Casey, H. et al. (2006). "You wouldn't expect a maths teacher to teach plastering..." – *Embedding literacy, language and numeracy in post-16 vocational programmes – the impact on learning and achievement*. National Research and Development Centre, Institute of Education, London University.
- Christensen, V. T., Beuchert, L., & Rasmussen, D. (2023). *PISA 2022 – Hovedrapport*. VIVE: Det Nationale Forsknings- og Analysecenter for Velfærd. <https://www.uvm.dk/-/media/filer/uvm/int/231204-pisa-2022-hovedrapport-pdf-ua.pdf>
- DA Analyse (2023). Antallet af faglærte vil falde med 150.000 frem mod 2035. Dansk Arbejdsgiverforening, DA. <https://www.da.dk/politik-og-analyser/beskaeftigelse/2023/antallet-af-faglaerte-vil-falde-med-150.000-frem-mod-2035/>
- Dahl, B., Lindenskov, L., Justesen, F., Hansen, S., Schaarup, J., Granerud, L. S., Johansen, M., & Lindhardt, B. (2024/5 – Accepteret/In press). Creating bridges: Mathematics teachers and teachers of the craft at vocational schools collaborate on developing teaching material. I *Proceedings of the 31st Annual Conference for Adults Learning Mathematics (ALM)*.
- Danmarks Statistik (2019). *Erhvervsuddannelser i Danmark 2019*. Danmarks Statistik.
- Egmont Rapporten (2023). *Regn med os: Bedre hjælp til børn og unge i matematik-vanskeligheder*. Egmont Fonden.
- EVA (2023). *Viden om frafald og trivsel på erhvervsuddannelserne*. EVA: Danmarks Evalueringsinstitut.
- Granerud, L. S., & Hoogland, K. (2021). Samspil mellem matematik og erhvervsfag <https://matematikdidaktik.dk/tema/samspil-mellem-matematik-og-erhvervsfag>. NCUM.

- Gravemeijer, K., & Stephan, M. (2002). Emergent models as an instructional design heuristic. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Oers, & L. Verschafel (Red.), *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 145–169). Springer.
- Hetmar, V., Allerup, P. N., & Torre, A. (2012). *LEKS-longitudinal: En undersøgelse af uddannelsesforløb for unge, der i 2007 gik ud af 9. klasse i de københavnske folkeskoler*. Institut for Uddannelse og Pædagogik, Aarhus Universitet.
https://pure.au.dk/ws/portalfiles/portal/51868035/LEKS_2012.pdf
- Hvidtfeldt, C., & Tranæs, T. (2013). *Folkeskolekarakterer og succes på erhvervsuddannelserne*. Rockwool Fondens Forskningsenhed og Syddansk Universitetsforlag. Arbejdsrapport 29.
- Jaworski, B. (2005). Learning communities in mathematics: Creating an inquiry community between teachers and didacticians. *Research in Mathematics Education*, 7(1), 101–119.
- Kjeldsen, C. C., Kristensen, R. M., Christensen, J. H., & Gonzalez, C. D. V. (2024). Matematik og natur/teknologi i 4. klasse: Resultater af TIMSS-undersøgelsen 2023. *Aarhus Universitetsforlag*.
- Kolmos, A., Fink, F. K., & Krogh, L. (2004). The Aalborg Model: Problem-Based and Project-Organised Learning. I (Red.) A. Kolmos, F. K. Fink, & L. Krogh, *The Aalborg PBL model: Progress, Diversity and Challenges* (pp. 9–18). Aalborg: Aalborg Universitetsforlag.
- Kvale, S., & Brinkmann, S. (2014). *InterViews Learning the Craft of Qualitative Research Interviewing*. Sage.
- Lindenskov, L. (2014). *Forsøgsundervisning i matematik på Svendborg Erhvervsskole: tal og matematikproblemer som en udfordring på uddannelserne*. DPU, Aarhus University Press.
- Lindhardt, B., et al. (2025). *The Curve – hvor matematik og håndværk mødes*.
<https://thecurve.nu/>
- Muhrman, K., & Frejd, P. (2018). Elevers erfaringer kring ett projekt om matematik med yrkesinriktning. *Proceedings of Madif 11, The eleventh research seminar of the Swedish Society for Research in Mathematics Education, Karlstad*.
- Robson, C. (2002). *Real World Research*. Oxford: Blackwell.
- Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255–281.
- Scardamalia, M., & Bereiter, C. (2021). Knowledge Building: Advancing the State of Community Knowledge. I: Cress, U., Rosé, C., Wise, A.F., Oshima, J. (Red.) *International Handbook of Computer-Supported Collaborative Learning*. Computer-Supported Collaborative Learning Series, vol 19. Springer, Cham.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1–22.



Se de andre dele af projektet på hjemmesiden



novo nordisk
fonden

**NC
UM** | Nationalt Center
for Udvikling af
Matematikundervisning